’12 後期　理系 ❶

提出　　　年　　月　　日 名前

n を 3 以上の整数とする. 1 から $3n$ までの番号が書かれた $3n$ 枚のカードを A さん, B さん, C さんの 3 人に n 枚ずつ配る.

(1) カードの配り方は何通りあるか.

(2) A さんのカードの番号の最小値が $n+1$ で, B さんのカードの番号の最小値が $2n-1$ である配り方は何通りあるか.

'12 後期　理系 ❶

n を 3 以上の整数とする. 1 から $3n$ までの番号が書かれた $3n$ 枚のカードを A さん, B さん, C さんの 3 人に n 枚ずつ配る.
(1) カードの配り方は何通りあるか.
(2) A さんのカードの番号の最小値が $n+1$ で, B さんのカードの番号の最小値が $2n-1$ である配り方は何通りあるか.

(1) $\underbrace{{}_{3n}\mathrm{C}_n}_{\text{A への配り方}} \cdot \underbrace{{}_{2n}\mathrm{C}_n}_{\text{B への配り方}} = \dfrac{(3n)!}{n!(2n)!} \cdot \dfrac{(2n)!}{n!n!} = \boxed{\dfrac{(3n)!}{(n!)^3} \text{ 通り}}$

(2) $(2n-1)-(n+1)=n-2>0$ ($n \geqq 3$ より) なので, カードの並びと枚数は以下のようになる.

$\underbrace{1,\ 2,\ \cdots,\ n}_{n\text{ 枚}},\ \underline{n+1},\ \underbrace{n+2,\ n+3,\ \cdots,\ 2n-2,\ \underline{2n-1},\ \underbrace{2n,\ 2n+1,\ \cdots,\ 3n}_{n+1\text{ 枚}}}_{2n-1\text{ 枚}}$

求めるのは,
B に $2n,\ 2n+1,\ \cdots,\ 3n$ の $n+1$ 枚から $n-1$ 枚配り,
A に $n+2,\ n+3,\ \cdots,\ 3n$ の $2n-1$ 枚のうち B に配った n 枚を除いた $n-1$ 枚から $n-1$ 枚配る場合の数なので,

${}_{n+1}\mathrm{C}_{n-1} \cdot {}_{n-1}\mathrm{C}_{n-1} = {}_{n+1}\mathrm{C}_2 = \boxed{\dfrac{(n+1)n}{2} \text{ 通り}}$