数理科学専門塾 phi-φ（ファイ）とは？

大学合格までを目標としている塾、予備校が主流の中、
数理科学専門塾 phi-φは、大学で通用する『知識』と『思考力』を備えることを目的とした少人数制の塾です。

「せっかく学ぶなら深く学びたい！」
「大学に入ってから後悔したくない！」

未来の自分のために今できることを探している方は、是非 phi-φの門をたたいてください。
志の高い皆さんの挑戦を待っています。

説明会のご案内

phi-φの教育理念をより多くの方々にご理解いただくため、生徒とその保護者の方を対象に以下の日程で説明会を開催いたします。対象は、主に高１生から現役・浪人を問わない受験生までですが、意欲のある中学生も歓迎します。当日は予約不要ですので、是非お気軽にお越しください。

第１回 11/27(日) 14：00～15：00　**第２回** 12/11(日) 14：00～15：00

数理科学専門塾

科目　数学、物理、化学

対象　東大・京大・北大など難関校を志望する高校生、浪人生、および意欲のある中学生を対象とします。また、高校と大学のギャップに苦しむ大学生に対する数理科学の基礎講義も行います。

〒063 ー 0032
北海道札幌市西区西野２条２丁目８ー 11（地下鉄東西線発寒南駅から徒歩 12 分）

URL：　phi.jpn.com
Tel：　011-699-6019（電話受付　月～土　10：00～18：00）
E-mail：toiawase@phi.jpn.com

受講についてのご相談や授業の無料体験も受け付けております。お気軽にお問い合わせください。

「大学への数学 12 月号」(東京出版) でも
phi-φの教育理念と講習案内をご覧いただけます。

目指すのは本質の追究

数理科学専門塾

> 空間内に四面体 ABCD を考える .
> このとき , 4 つの頂点 A,B,C,D を同時に通る球面が存在することを示せ .
> （2011 年　京都大学　理系）

これは 2011 年京都大学理系の入試問題の１つです。実際には中学生でも答えられるのですが、当たり前すぎて何を言ったらいいのか分からないのか、今年の出題の中では難易度が高いと言われてしまいました。

しかし、この問題を難しいと感じてしまう方は数学の学び方を根本的に誤っていると断言できます。

京大も現在の教育危機を訴える気持ちを込めて出題したのでしょう。

> 危機とは
> 『定義を大切にしない』『論理を大切にしない』
> そんな受験勉強が蔓延しているということです。

定理の使い方だけを学んでいて
【定義】球とはそもそも何か？
【論理】球についての様々な性質が成り立つのはなぜか？
を考えないようなお勉強ではここから先は通用しませんよ、という強烈で注目すべきメッセージなのです。

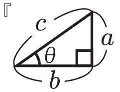
一つ次元をおとした次の問題を一緒に考えてみましょう。

> 平面内に三角形 ABC を考える .
> このとき , 3 つの頂点 A,B,C を同時に通る円が存在することを示せ .

まず考え、そして中を読んでみてください。
きっと今後の学習を進めていく上での参考になることでしょう。

ステップ1 定義を正しく知る

定義は決めごとなので、あとから考えてひねり出せるものではありません。まず正確に知らなくては何も始まらないのですが、不正確な定義を教わってしまうことも少なくないようです。
例えば…

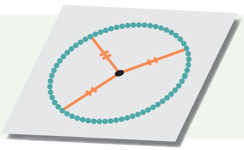
- 『

での $\frac{a}{c}$』を sinθの定義と教わってしまうと sin200° が理解できません！
- 『分数』を有理数の定義と教わってしまうと$\sqrt{2}$が有理数ではないことを一生証明できません !!
- 『微分の逆』を積分の定義と教わってしまうと微積分の基本定理 $\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)dt = f(x)$ は、もはや定義です !!!

では正確な円の定義を確認。

円の定義

『平面内において、
１点から等距離な点を全て集めたもの』



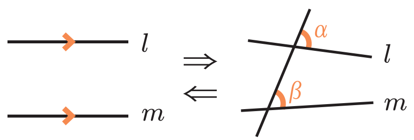
ステップ2 公理と定理を区別する

公理も定理も $P \Rightarrow Q$ のように P を仮定すると必ず Q が導かれるという形の信頼できるルールです。普段はその違いを強く意識していないかもしれませんね。

公理

疑いません。むしろその公理が成り立つ世界をこれから相手にするよ、という宣言です。

例）同位角公理

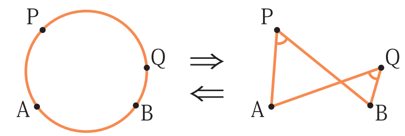


$l /\!/ m$　　$\alpha = \beta$

定理

証明なしには認められません。公理からスタートして導かれたものだけが定理です。

例）円周角定理



P,Q が弦 AB について
同じ側の円周上にある

∠APB ＝ ∠AQB

『三角形の三頂点を通る円が存在する』は『三角形の外心の存在定理』という定理なので、普段使うのは構いませんが「証明せよ」と言われれば公理までさかのぼって証明できないといけません。「そんなの当たり前じゃん」では済まないのです。

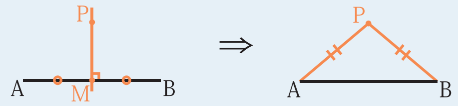
結果だけ教えられた定理を証明もせずに使うことは数学という学問の放棄です。

証明しないなんて気持ちが悪いなぁ～という感覚をぜひ大切にしてください。

ステップ3 証明する

平面内に三角形 ABC を考える．このとき，3つの頂点 A,B,C を同時に通る円が存在することを示せ．

線分 AB の垂直二等分線上の点は二点 A, B から等距離である

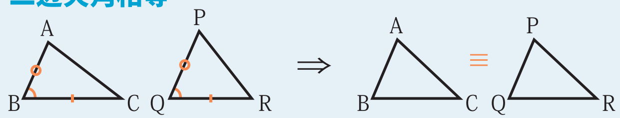


という定理を使いたい。これは△APM≡△BPM を示せば、
△APM と△BPM がぴったり重なる。という

合同の定義

から示される。そしてこの合同を示すには

二辺夾角相等



という定理を使いたい。これは辺 BC と辺 QR を B と Q が重なるようにおくと、
BC=QR から C と R は重なり、AB=PQ と∠B=∠Q から A と P も重なる。という

等しい長さや角についての公理

から示される。

難関大学が欲しているのは、このように定義と論理を重要視し、自力で数学を作り上げられる人材なのです。このような意識のない人には自然科学は向きません。

さて、まだ肝心な点が証明できてませんが、試験などでは公理から始めると解答用紙に収まりきらないという現実的な問題が立ちはだかるので、示したい定理の一つ前の定理あたりは認めるのが常識的判断なようです。
答案として書くべきことはだいたい以下のような感じでしょうか。

試験向け答案

線分 AB,BC の垂直二等分線をそれぞれ l,m とすると，
3 点 A,B,C は三角形を作るので AB $\not\parallel$ BC．
よって $l \not\parallel m$ となり，l,m は 1 点で交わる．
その交点を P とすると
P は l 上なので A,B から等距離．
P は m 上なので B,C から等距離．
よって P は 3 点 A,B,C から等距離なので，
円の定義より 3 点 A,B,C を通る円が存在することが示された．